

§ 5.2.1 排列与排列数

【学习目标】

- 1.理解并掌握排列的概念.
- 2.能应用排列知识解决简单的实际问题.

【重点难点】

重点：理解排列和排列数的概念，能正确的写出一些简单问题的所有排列.

难点：能应用排列知识解决简单的实际问题.

【导语流程】

一、基础感悟（导学导读）:

经历了六月高考的洗礼，考生们就可以填报自己理想的大学了．大学录取的依据是根据考生的高考分数和填报的志愿．假设某生在第一志愿中选择了三个喜欢的专业：电子商务、机械设计及自动化、临床医学，这三个专业在填报时填在前面和填在后面有区别吗？

二、探索新知

◇探究一 排列概念的理解

问题 1 从甲、乙、丙 3 名同学中选出 2 名参加一项活动，其中

第二步 志愿填报

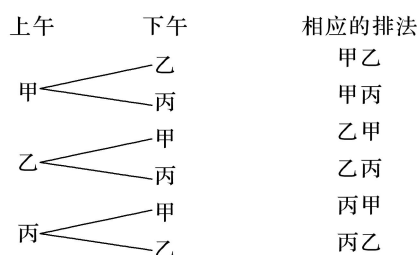
姓名:李高中 性别:男 所在地区:长沙市 科类:理工类 高考总分:613分

本科一批 本科二批 本科三批 高职专科批

| 志愿 | 志愿填报 | | | 核对志愿信息 | | |
|-----|-----------|---------------------------|-------------------------|--------|-----|----------------------|
| | 志愿批次：本科一批 | | | | | |
| | 院校代号 | 专业代号 | 专业服从 | 院校 | 专业 | |
| 一学校 | | 专业一: <input type="text"/> | 服从 <input type="text"/> | | 专业一 | <input type="text"/> |
| | | 专业二: <input type="text"/> | | | 专业二 | <input type="text"/> |
| | | 专业三: <input type="text"/> | | | 专业三 | <input type="text"/> |
| | | 专业四: <input type="text"/> | | | 专业四 | <input type="text"/> |
| | | 专业五: <input type="text"/> | | | 专业五 | <input type="text"/> |
| | | 专业六: <input type="text"/> | | | 专业六 | <input type="text"/> |

1

名同学参加上午的活动，另 1 名同学参加下午的活动，有多少种不同的选法？



【知识梳理】

排列及排列问题

(1)排列：一般地，从 n 个不同的元素中取出 $m(m \leq n, \text{且 } m, n \in \mathbf{N}_+)$ 个元素，按照_____排成一行，叫作从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列.

(2)排列数：我们把从 n 个不同元素中取出 $m(m \leq n, \text{且 } m, n \in \mathbf{N}_+)$ 个元素的所有不同排列的_____, 叫作从 n 个不同元素中取出 m 个元素的排列数，记作 A_n^m .

(3)排列问题：把有关求_____的问题叫作排列问题.

注意点：

(1)要求 $m \leq n$.

(2)按照一定顺序排列，顺序不同，排列不同.

(3) $m = n$ 时叫全排列.

例 1 判断下列问题是否为排列问题：

(1)北京、上海、天津三个民航站之间的直达航线的飞机票的价格(假设来回的票价相同)；

(2)选 2 个小组分别去植树和种菜；

(3)选 2 个小组去种菜；

(4)选 10 人组成一个学习小组；

(5)选 3 个人分别担任班长、学习委员、生活委员；

(6)某班 40 名学生在假期相互通信.

跟踪训练 1 判断下列问题是否是排列问题，并说明理由.

(1)从 1,2,3,4 四个数字中，任选两个做加法，其结果有多少种不同的可能？

(2)从 1,2,3,4 四个数字中，任选两个做除法，其结果有多少种不同的可能？

(3)会场有 50 个座位，要求选出 3 个座位有多少种方法？若选出 3 个座位安排 3 位客人入座，又有多少种方法？

◇探究二 画树形图写排列

问题 2 由教材中的问题知， $A_4^2=4\times 3=12$ ， $A_4^3=4\times 3\times 2=24$ ，你能否得出 A_n^2 的意义和 A_n^2 的值？

例 2 (教材 P161 例 1 改编)四个人 A, B, C, D 坐成一排照相有多少种坐法？将它们列出来，并计算 A_4^4 .

延伸探究 对本例，若加上限制条件： D 不能在“排头”（即每个排列的最左端不是 D ），这样的排列有几个？

跟踪训练 2 写出从 4 个元素 a, b, c, d 中任取 3 个元素的所有排列.

◇探究三 简单的排列问题

例 3 用具体数字表示下列问题.

(1)从 100 个两两互质的数中取出 2 个数，其商的个数；

(2)由 0,1,2,3 组成的能被 5 整除且没有重复数字的四位数的个数；

(3)有 4 名大学生可以到 5 家单位实习，若每家单位至多招 1 名实习生，每名大学生至多到 1 家单位实习，且这 4 名大学生全部被分配完毕，其分配方案的个数.

跟踪训练3 (1)沪宁高铁线上有六个大站：上海、苏州、无锡、常州、镇江、南京，铁路部门应为沪宁线上的六个大站(这六个大站之间)准备不同的火车票的种数为()

A. 15 B. 30 C. 12 D. 36

(2)3盆不同品种的花排成一排，共有_____种不同的排法.

三、当堂检测

1. (多选)下列问题中是排列问题的是()

- A. 从甲、乙、丙三名同学中选出两名分别参加数学、物理兴趣小组
- B. 从甲、乙、丙三名同学中选出两人参加一项活动
- C. 从 a, b, c, d 中选出3个字母
- D. 从1,2,3,4,5这五个数字中取出2个数字组成一个两位数

2. 从甲、乙、丙三人中选两人站成一排的所有站法为()

- A. 甲乙、乙甲、甲丙、丙甲
- B. 甲乙丙、乙丙甲
- C. 甲乙、甲丙、乙甲、乙丙、丙甲、丙乙
- D. 甲乙、甲丙、乙丙

3. 3个学生在4本不同的参考书中各挑选1本，不同的选法数为()

- A. 3
- B. A_4^3
- C. 3^4
- D. 4^3

4. 从1,2,3,4这4个数字中选出3个数字构成无重复数字的三位数有_____个.

四、课堂小结

1. 知识清单：

(1)排列的定义：顺序性.

(2)“树形图”法列举排列.

(3)排列的简单应用.

2. 方法归纳：数形结合.

3. 常见误区：排列的定义不明确.

五、课时对点练

基础巩固

- (多选)从 1,2,3,4 四个数字中, 任选两个数做以下数学运算, 并分别计算它们的结果. 在这些问题中, 相应运算可以看作排列问题的有()
A. 加法 B. 减法 C. 乘法 D. 除法
- 甲、乙、丙三人排成一排照相, 甲不站在排头的排列种数为()
A. 6 B. 4 C. 8 D. 10
- 某学习小组共 5 人, 约定假期每两人相互微信聊天, 共需发起的聊天次数为()
A. 20 B. 15 C. 10 D. 5
- 将《步步高》《创新设计》等三本不同的书按如图所示的方式放在一起, 则《步步高》放在最上面或最下面的不同放法共有()



- A. 2 B. 4 C. 6 D. 9
- 从 6 本不同的书中选出 2 本送给两名同学, 每人一本的送法种数为()
A. 6 B. 12 C. 30 D. 36
- 从 1,3,5,7,9 这五个数中, 每次取出两个不同的数分别记为 a, b , 共可得到 $\lg a - \lg b$ 的不同值的个数是()
A. 9 B. 10 C. 18 D. 20
- 从 a, b, c, d, e 5 个元素中每次取出 3 个元素, 可组成_____个以 b 为首的不同的排列, 它们分别是_____.
- 车展期间, 某调研机构准备从 5 人中选 3 人去调查 E1 馆、E3 馆、E4 馆的参观人数, 则不同的安排方法种数为_____.
- 写出下列问题的所有排列:
(1)北京、广州、南京、天津 4 个城市相互通航, 应该有多少种机票?
(2) A, B, C, D 四名同学排成一排照相, 要求自左向右, A 不排第一, B 不排第四, 共有多少种不同的排列方法?

10. 京沪高速铁路自北京南站至上海虹桥站, 双线铁路全长 1 318 公里, 途经北京、天津、河北、山东、安徽、江苏、上海 7 个省市, 设立包括北京南、天津西、济南西、南京南、苏州北、上海虹桥等在内的 21 个车站.

(1) 计算铁路部门要为这 21 个车站准备多少种不同的火车票?

(2) 计算排列数 A_{21}^2 .

综合运用

11. 某段铁路所有车站共发行 132 种普通车票, 那么这段铁路共有的车站数是()

A. 8 B. 12 C. 16 D. 24

12. 由 1,2,3,4 这四个数字组成的首位数字是 1, 且恰有三个相同数字的四位数的个数为()

A. 9 B. 12 C. 15 D. 18

13. A, B, C, D 四人站成一排, 其中 A 不站排头, 共有_____种不同站法.

14. 现从 8 名学生干部中选出 3 名同学分别参加全校“资源”“生态”和“环保”三个夏令营活动, 则不同的选派方案的种数是_____.

拓广探究

15. 在 1,2,3,4 的排列 $a_1 a_2 a_3 a_4$ 中, 满足 $a_1 > a_2, a_3 > a_2, a_3 > a_4$ 的排列个数是_____.

16. 某药品研究所研制了 5 种消炎药 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 , 4 种退热药 b_1, b_2, b_3, b_4 , 现从中取两种消炎药和一种退热药同时进行疗效试验, 但 a_1, a_2 两种药或同时用或同时不用, a_3, b_4 两种药不能同时使用, 试写出所有不同试验方法.